

## Eine experimentell geschlossene Darstellung der Elektrodynamik von der Definition der Felder bis zu den Maxwell-Gleichungen

- Handreichung bzw. Skripte für die Tagungsteilnehmer der deutschlandweiten Praktikumsleitertagung 2011 mit internationaler Beteiligung im Institut für Physik der Fakultät für Naturwissenschaften an der Technischen Universität Chemnitz -

**Thomas Franke\*, Hans-Gottfried Hempel**

\*TU Chemnitz, D-09107 Chemnitz, [t.franke@physik.tu-chemnitz.de](mailto:t.franke@physik.tu-chemnitz.de), [hans-gottfried.hempel@web.de](mailto:hans-gottfried.hempel@web.de)

### Kurzfassung

Anhand von Experimenten wird gezeigt, dass die Maxwell-Gleichungen experimentell darstellbar sind. Es wird keine neue Theorie primär zur didaktischen Aufarbeitung aufgestellt, sondern die Darstellung soll so aufbereitet werden, dass sie durchgängig experimentierbar ist. Grundlage dieser Denkweise sind experimentell sauber eingeführte Feldbegriffe. Die wesentlichste Neuerung besteht darin, dass man die Influenz als Analogie zur Induktion anerkennt und die Flussdichten beider Felder als Ausgangspunkt für detailliertere Behandlungen der Felder betrachtet. Zur Einführung der vier in der Fachliteratur gebräuchlichen Feldgrößen braucht man keine Materialgleichungen. Der Verschiebungsstrom ist als echter Strom mit seinem zugehörigen Magnetfeld nachweisbar. Es wurden viele Experimente für Lehrer und Dozenten vorgestellt.

### 1. Einleitung

Es ist weitgehend unbestritten, dass zur Darstellung der Maxwell'schen Gleichungen und allgemein zur Elektrodynamik vier Feldgrößen, nämlich elektrische Feldstärke  $E$ , elektrische Verschiebung  $D$ , magnetische Feldstärke  $H$  und Induktion  $B$  nötig sind. Oft wird die Tatsache, dass  $D$  und  $E$  bzw.  $H$  und  $B$  zueinander proportional sind, was allerdings keine Frage der Definition, sondern ein Naturgesetz ist, ausgenutzt, diese Felder einzuführen und über die Proportionalitätsfaktoren  $\epsilon_0$  und  $\mu_0$ , die dimensionsbehaftete Naturkonstanten sind, umzurechnen. Je nach Ausgangslage führt das zu recht unterschiedlichen Einführungen oder Definitionen dieser Feldgrößen, und es kann sogar der Eindruck entstehen, dass eine Unterscheidung in vier, statt nur in zwei Felder erst dann sinnvoll und notwendig ist, wenn man Materie in den Feldbereich bringt.

Hier sollen im Gegensatz dazu durch konsequente Definitionen der Felder über ihre eigenen Messvorschriften und besonders durch deren experimentelle Darstellung die vier Größen  $E$ ,  $D$ ,  $H$  und  $B$  getrennt eingeführt werden. Wir meinen, dass nur eine solche Vorgehensweise die Feldgrößen wirklich anschaulich machen kann. Die Experimente sind weiterhin so angelegt, dass man unmittelbar sehen soll, wie die beiden über Kräfte  $F$  oder Drehmomente  $M$  definierten Felder  $E$  und  $H$  bzw. die über das Konstrukt Fluss definierten Felder  $D$  und  $B$  analog zueinander definiert sind, auch wenn die experimentellen Anordnungen und die Natur der Felder das nicht sofort vermuten

lassen. Die in gewohnter Weise mit der Erzeugung eines Stromstoßes demonstrierte Influenz ist völlig analog zur bekannten und mit Hilfe eines Spannungsstoßes vorgeführten Induktion.  $D$  und  $B$  sind keine üblichen Feldstärkegrößen, sondern die Flussdichten des elektrischen und magnetischen Feldes. Die so anschaulich eingeführten Felder helfen auch bei der anschaulichen Deutung des Verhaltens der Bauelemente Kondensator und Spule im Stromkreis und zu einer anschaulichen Interpretation der Größen Kapazität und Induktivität. Die hier gezeigte Vorgehensweise ist eigentlich erst möglich geworden, seit man Rechentechnik, Messverstärker und neue elektronische Bauelemente nutzen kann. So ist es im Demonstrationsversuch sogar möglich, die hypothetisch eingeführte Größe Verschiebungsstrom zu messen und dessen Magnetfeld zu zeigen.

Es wird außerdem am Beispiel des elektrischen Feldes ausgeführt, dass diese Einführung der Feldgrößen nicht geändert oder erweitert werden muss, wenn man Materie in den Feldbereich bringt.

Über jene Stoffgebiete, die in diesen Zusammenhang u. U. auch mit Experimenten behandelt werden müssen, die aber durch die hier gemachten Überlegungen nicht beeinflusst werden, wird hier nicht gesprochen.

### 2. Elektrisches Feld

#### 2.1. Experimente mit einer Holundermarkkugel

Wir beginnen am Ursprung der Elektrizität in der Antike. Wenn man Bernstein ( $\epsilon\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\nu$ ) z. B. mit einem Katzenfell reibt, übt er unter anderem auf kleine Watteflöckchen Kräfte aus, die mit den mechanischen

Wechselwirkungen nicht erklärt werden können. Wir untersuchen das genauer. Wir reiben einen Stab (rot) aus Polyvinylchlorid (PVC) mit Nylon-Gewebe (Damenstrumpf) und berühren damit eine frei an einem Stativ aufgehängte leichte Holundermarkkugel. Sie wird nach der Aufladung abgestoßen. Wenn wir hingegen einen Glasstab (durchsichtig) mit Fell reiben und in die Nähe dieser Kugel bringen, wird sie angezogen. Ermöglichen wir die Berührung mit diesem Glasstab, wird sie nach kurzer Zeit (der Umladung) vom Glasstab abgestoßen, und der geriebene PVC-Stab zieht sie an. Wir nennen die gefundene Eigenschaft Ladung  $Q$ . Wir sprechen von zwei Ladungsarten  $Q_i$  und nennen sie positiv (+) und negativ (-). Gleichartige Ladungen stoßen sich ab, ungleichartige ziehen sich an (Abb. 1).



Abb.1: Verschiedene Ladungen  $Q_i$  ( $i=1,2$ ) üben Kräfte  $F_i$  aufeinander aus.

## 2.2. Zwei geladene Stäbe

Die geladene Holundermarkkugel (Abb. 1, Kap. 2.1) zeigt, dass die elektrostatische Kraft  $\vec{F}$  in Richtung der Verbindungslinie beider Ladungen gerichtet ist. Bringt man einen zweiten geladenen Stab in die Nähe, addieren sich beide Kräfte vektoriell (Abb. 2), es gilt das Superpositionsprinzip. Das gilt für  $n$  Stäbe selbstverständlich genauso.

$$\vec{F}_{\text{gesamt}} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i \quad \{1\}$$



Abb. 2: Kräfte mehrerer Ladungen addieren sich vektoriell, es gilt das Superpositionsprinzip ( $i=1, \dots, n$ ).

## 2.3. Kugel mit Funkkamera an einem Van-de-Graaff-Generator

Um die Kraft  $F$  auf eine Ladung  $Q$  irgendwo im Raum zu bestimmen, muss man also die Kräfte  $F_i$  zu allen anderen in der Umgebung befindlichen Ladungen  $Q_i$  bestimmen und vektoriell addieren.



Abb. 3: Einführung einer von der Probeladung  $Q$  unabhängigen elektrischen Feldgröße  $\vec{E}$  mit einer entsprechenden Messvorschrift

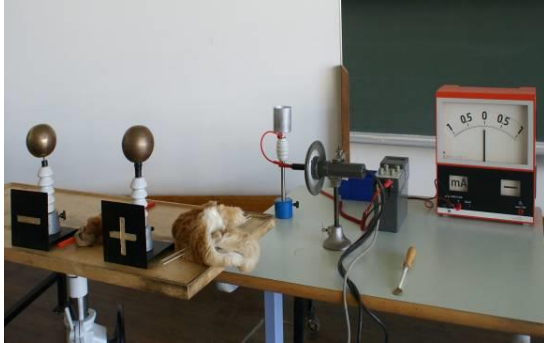
$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \{2\}$$

Die Berechnung ist mühevoll, aber die Messung der anderen Ladungen wird problematisch und oft gar nicht möglich sein. Eine wesentlich praktikablere Idee ist es, dem Raum selbst eine von den umgebenden Ladungen abhängige Eigenschaft zu geben, die man mit einer Probeladung an jedem Raumpunkt bestimmt. Wenn wir mit der geladenen Kugel, die wir mit der Funkkamera beobachten, durch den Raum beispielsweise um einen geladenen Van-de-Graaff-Generator wandern (Abb. 3), sehen wir an jedem Ort irgendeine Auslenkung, die einer Kraft  $F$  entspricht. Da diese Kraft  $F$  proportional zu der Ladung  $Q$  ist, muss man sie durch die Ladung  $Q$  dividieren, um eine normierte Feldgröße zu erhalten. Die Richtung dieser elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  ist vernünftigerweise die Krafrichtung. Man kann diese z. B. darstellen, indem man für jeden Raumpunkt ein Zahlentripel irgendeines beliebig gewählten Koordinatensystems aufschreibt.

## 2.4. Ladungen löffeln

Wir benutzen ein Messgerät (Statimeter), das über den Anodenstrom einer Röhre, deren Gitter elektrisch frei liegt, den Betrag der Ladung mit Vorzeichen als Spannung am Schreiberausgang anzeigt. Das Gerät ist so empfindlich, dass wir nicht direkt mit den aufgeladenen Stäben an den Faraday-Becher, der die Ladungen aufnimmt und so messbar macht, gehen können. Wir speichern die Ladung auf zwei Kugeln für positive und negative Ladung, indem wir sie von den Stäben an die Kugeln abstreifen (Abb. 4). Jetzt benutzen wir eine kleine Metallplatte als „Löffel“, bringen Portionen von Ladung in den Faraday-Becher und sehen je nach Ladungsart immer gleiche Aus-

schlagsänderungen nach rechts oder links am Messgerät. Das bedeutet, Ladungen können wie Massen addiert werden. Beide Arten heben sich gegenseitig auf, so dass die Bezeichnung positiv und negativ sinnvoll war. Welche man positiv nennt, war willkürlich. (Bedauerlicherweise hat man die den Stromfluss tragenden Elektronen gerade negativ gewählt.)



**Abb. 4:** Ladungen  $Q_i$  sind portionierbar (also mengenartig) und heben sich bei gleicher Größe bzw. Mengenportion gegenseitig auf.

## 2.5. Ladungstrennung in einem Plattenkondensator

Wir untersuchen den Raum um geladene Körper nun auf eine andere Weise. Wir bringen in den Feldbereich eines handelsüblichen Plattenkondensators zwei Metallplatten (Ladungslöffel), die sich berühren (Abb. 5). Da das Innere eines Leiters feldfrei sein muss, was an dieser Stelle als allgemein bekannt vorausgesetzt wird, verschieben sich frei bewegliche negative Ladungen (in einem Metall), nämlich die Elektronen  $e^-$  im Feld.

Trennen wir die Platten im Feld, können wir die verschobenen Ladungen danach mit einem Ladungsmesser tatsächlich einzeln nachweisen. Wir können zeigen, dass die Beträge beider Ladungsarten gleich groß sind und dass ihre Menge von der Feldstärke und der Plattengröße abhängt. Man kann eine Größe elektrisches Verschiebungsfeld  $\vec{D}$  definieren als verschobene Ladung  $Q$  dividiert durch die Plattenfläche  $A$ , um eine von dem Messinstrument unabhängige Größe zu erhalten. Die Richtung des Feldes  $\vec{D}$  ist die der Plattennormalen  $d\vec{A}$ , wenn die verschobene Ladung  $Q_v$  maximal ist (Abb. 6).



**Abb. 5:** Ladungstrennung in einem Plattenkondensator

$$|\vec{D}| = \frac{dQ_v}{dA} \text{ bzw. } D = \frac{Q}{A} \quad \{3\}$$

Die Proportionalitätskonstante zur Verknüpfung der Feldstärke des elektrischen Feldes  $E$  und des Verschiebungsfeldes  $D$  ist im Vakuum die universelle Naturkonstante  $\epsilon_0 = 8,85418781762 \cdot 10^{-12} \text{ As / Vm}$ .



**Abb. 6:** Messvorschrift für das  $D$ -Feld in Proportionalität zum  $E$ -Feld.

## 2.6. Der Stromstoß

Wir haben bis jetzt nur gezeigt, dass Ladungen portionierbar und transportierbar sind. Wenn man einen Stromstoß misst, erhält man den Betrag der bewegten Ladungen. Den Stromstoß kann man in einem vom Messwerk und dem dazugehörigen Verstärker in einem gewissen Zeitbereich des Stromflusses nach der Theorie des Stoßgalvanometers aus dem Maximalausschlag bestimmen; oder man bestimmt mit der Integralfunktion des Oszillografenmenues eines Rechners das Integral selbst, was aber eher als Praktikumsexperiment geeignet ist.

Wir bringen daher beide Platten mit einem Ampere-meter verbunden in den Feldbereich. Beim Einfahren zeigt sich ein positiver Stromstoß, beim Ausfahren der gleichgroße negative. Man erhält die gleichgroßen Stromstöße, wenn man die Platten im Feldbereich stehen lässt und die das Feld erzeugende Spannung ein- und ausschaltet, oder wenn man das Plattenpaar im Feld von der Feldrichtung in die Richtung senkrecht zum Feld dreht (Abb. 7).



**Abb. 7:** Eine verschobene Ladung  $Q_v$  kann als Stromstoß  $\int I dt$  gemessen werden.



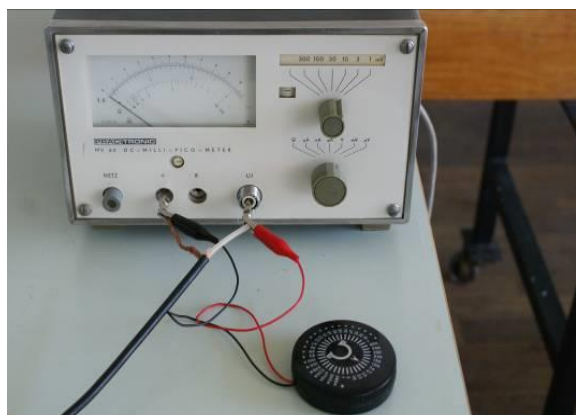
Da der Stromstoß  $\int I dt$  abhängig von der Fläche  $A$  der Messplatten ist, ist es sinnvoll, einen elektrischen Fluss  $\phi_{el}$  als Integral  $\iint \vec{D} d\vec{A}$  der Verschiebungsfeldstärke über der Fläche einzuführen oder den Fluss (die auf endlicher Fläche verschobenen Ladungen) zu messen und die Verschiebungsfeldstärke  $\vec{D}$  als elektrische Flussdichte (verschobene Ladung pro infinitesimal kleiner Fläche)  $|\vec{D}| = dQ_v / dA$  (siehe Gl. {3}) zu behandeln.

## 2.7. Experimenteller Nachweis eines Stromstoßes

Je nach Wahl eines geeigneten Innenwiderstandes  $R_i$  wird ein Messgerät zur Strom- oder Spannungsmessung verwendet. Um zu zeigen, dass hier ein Strom  $I$  fließt, wird jeweils ein äußerer Widerstand  $R_a$  zunächst in Reihe und danach parallel zum Messgerät geschaltet. Ändert man den parallel geschalteten Widerstand  $R_a$ , so ändert sich der gemessene Stromstoß

$$\int I dt = Q \quad \{4\},$$

ändert man hingegen den Widerstand  $R_a$  in Reihe, bleibt der gemessene Stromstoß  $\int I dt = Q$  ungeändert (Kirchhoff'sche Regeln). Daraus folgt, dass infolge von Influenz ein Strom  $I$ , und nur von ihm abhängig eine Spannung  $U$  entsteht (Abb. 8).



**Abb. 8:** Experimentieranordnung zum Nachweis eines Stromstoßes.  $\int I dt = Q$  oben: Reihe; unten: parallel

Wird dieser Sachverhalt beim Versuchsaufbau nicht beachtet, werden ungewünschte „Dreckeffekte“ z. B. durch induzierte Spannungen gemessen. Diese haben dann (aufgrund der noch zu diskutierenden

Lenz'schen Regel, siehe Kap. 14) genau das entgegengesetzte Vorzeichen und erschweren das Verständnis beim Zuhörer.

## 2.8. Analogie zur Kontinuumsmechanik: Pohl'scher Stromfadenapparat

Das Tabellieren der Messwerte als Zahlenwerte, wie auch immer, ist außerordentlich unpraktisch und unanschaulich. Bei der stationären Strömung einer Flüssigkeit, deren Geschwindigkeit auch als raumabhängiges, aber zeitlich konstantes Vektorfeld beschrieben werden kann, wird an einigen Punkten die Flüssigkeit eingefärbt. Das gibt in der Flüssigkeit Stromlinien, die den Weg eines Flüssigkeitsteilchens markieren. Die Tangente an die Stromlinien ist die Richtung der Feldgröße Geschwindigkeit  $v$ . Die Geschwindigkeit ist umso größer, je dichter die Feldlinien verlaufen, denn in einer Verengung muss wegen der Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung)

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div} \vec{v} = 0 \text{ bzw. } A v = \text{const.} \quad \{5\}$$

die Flüssigkeit schneller fließen (Abb. 9). Die Dichte der Stromlinien ist also proportional zu dem Betrag der Geschwindigkeit, die im stationären Fall als Feldstärke betrachtet werden kann.



**Abb. 9:** Das Geschwindigkeitsfeld einer Strömung dient zur Veranschaulichung von Feldlinien. Ihre Tangente zeigt in Feldrichtung, und ihre Dichte ist proportional der Feldstärke.

Da sich auch im elektrischen Feld die Feldstärke stetig ändert und wir für die zur Definition der Feldstärke  $\vec{D}$  verschobenen Ladungen auch eine Kontinuitätsgleichung ansetzen können, ist die Vorstellung einer Strömung als Modell denkbar und sinnvoll. Man definiert analog Feldlinien, indem man Linien zieht, deren Tangente immer in Feldrichtung zeigt. Die Dichte dieser Linien muss auch hier proportional zu dem Betrag der Feldstärke sein. So kann man die Feldstärke sehr anschaulich darstellen.

## 2.9. Elektrische Feldlinien

Diese so erdachten Feldlinien können mit schwach leitenden Teilchen in einer nichtleitenden zähen Flüssigkeit dargestellt werden. Traditionell verwendet man Grießkörner in Rizinusöl. Wenn ein Feld besteht,

weil man an der Elektrodenanordnung, die mit dem Öl-Grieß-Gemisch belegt ist, eine Spannung anlegt, dann lagern sich die Grießkörner tangential zu den Feldlinien aneinander, weil sich in ihnen die Ladungen wegen des Feldes verschieben (Influenz) und die Teilchen sich deswegen wechselseitig ausrichten. Die Zähigkeit des Öls verhindert, dass sie sich anziehen.

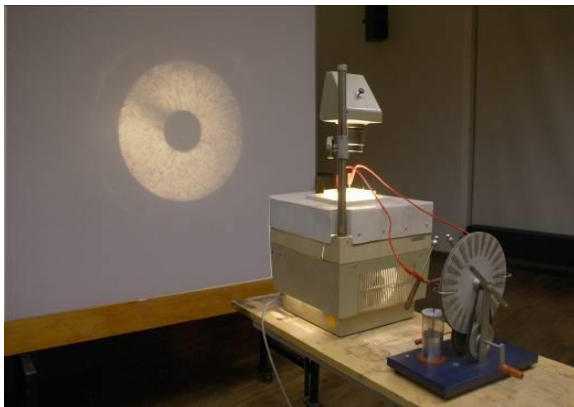
Aus dem Verlauf der elektrischen Feldlinien sieht man (Abb. 10):

Die Feldlinien laufen von einer kugelförmigen Oberfläche, im Grenzfall von einer Punktladung radial nach außen.

Alle Feldlinien haben einen Anfang und ein Ende (Quellen und Senken). Es gibt folglich keine geschlossenen Feldlinien (Wirbel). Sie enden an den Ladungen, die an der Oberfläche der Elektroden liegen, und weil diese im leitenden Elektrodenmaterial frei beweglich sind, gibt es keine Querkräfte, und die Feldlinien enden senkrecht auf den Leitern.

Die Feldstärke nimmt zu, wenn die leitende Oberfläche stärker gekrümmt ist; und sie nimmt in Richtung zur gekrümmten Oberfläche zu.

Zwischen parallelen ebenen Oberflächen ändert sich die Feldstärke räumlich nicht. Das Feld ist homogen.



**Abb. 10:** Elektrische Feldlinien sind darstellbar. Es werden immer Quellen und Senken und bei elektrischen Feldlinien nie Wirbel beobachtet.

## 2.10. Zusammenfassung $E - D$

Ladungen  $Q$  sind Quellen des elektrischen Feldes  $E$ . Infolgedessen entsteht um diese Ladungen ein Raumzustand, der Kräfte  $F_i$  ausübt und mit der Feldstärke des elektrischen Feldes  $E$  beschrieben werden kann. Der elektrische Fluss  $\Phi_{el}$  und sein Feld, die elektrische Flussdichte  $D$ , beschreiben, wie man durch einen Stromstoß  $\int Idt$ , der Ladungen verschiebt, ein Feld aufbauen kann, das dann in der Lage ist, selbst Ladungen zu verschieben.

## 3. Magnetisches Feld

### 3.1. Freihandversuch Magnete

Kräfte zwischen Magneten sind relativ leicht zu beobachten. Sie ziehen sich kräftig an oder stoßen sich ab, je nachdem, wie sie zueinander ausgerichtet sind. Die Tatsache, dass eine Seite anzieht und die andere

abstößt, und das wechselseitig, bleibt auch bestehen, wenn man die Magnete teilt. Wir zeigen das hier, indem wir einen aus mehreren Haftmagneten bestehenden Magneten auseinandernehmen. Man nennt eine Seite Nordpol und die andere Südpol. Gleiche Pole stoßen sich ab, und ungleiche ziehen sich an. Eine genaue Positionierung dieser Pole kann aber nicht gegeben werden. Wenn man einen Magneten drehbar fest lagert, kann man eine Ausrichtung erreichen, die von Kräften anderer Magneten hervorgerufen wird (Abb. 11). Wir zeigen das mit einer Magnetnadel als drehbaren Magneten und einem Stabmagnet. Auch diese Kräfte addieren sich vektoriell, was man durch Hinzufügen eines zweiten Stabmagneten zeigen kann. Das legt nahe, ein magnetisches Kraftfeld  $H$  wie das  $E$ -Feld einzuführen. Eisenstücke werden immer angezogen. Das wiederum legt die Annahme nahe, dass sich im Eisen irgendwie ein Magnet bildet, dessen Pol zum entgegengesetzten Pol des Dauermagneten zeigt.

Fazit: Wir beobachten eine richtungsabhängige Anziehung oder Abstoßung. Ein Kraftfeld  $H$  scheint möglich zu sein. Dann muss es auch anschaulich darstellbar sein.



**Abb. 11:** Experimente mit drehbar gelagerten Magnetnadeln

### 3.2. Magnetische Feldlinien - Dauermagnet

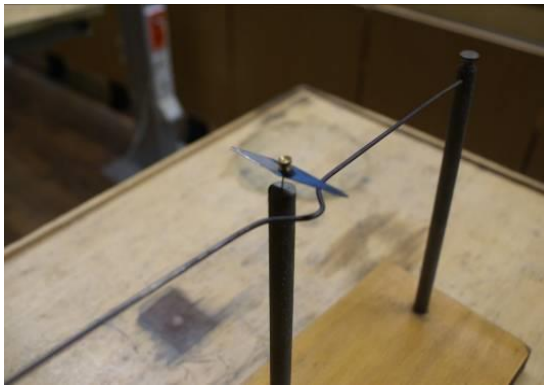
Man kann vorab die Feldlinien des so angedachten magnetischen Feldes mit einem der Darstellung elektrischer Feldlinien sehr ähnlichen Mechanismus hervorrufen. Wir verwenden dazu Eisenfeilspäne (Abb. 12). Magnetische Kräfte, gleichgültig woher sie stammen, erzeugen in den Spänen kleine Magnete, die sich in Krafrichtung ausrichten. Dass sie sich in Krafrichtung bewegen, wird weitgehend durch die Reibung auf der Glasplatte verhindert. Die erzeugten Magnete ordnen sich offenbar genauso an wie die Teilchen, deren Ladungen im elektrischen Fall verschoben wurden, und die Diskussion, dass eine Flüssigkeitsströmung als Modell geeignet ist, gilt analog, wenn man später ein Flussfeld einführen kann. Die Feldlinien enden nicht senkrecht auf der Oberfläche des Magneten. Das bedeutet, wenn Quellen existierten, wären sie nicht an der

Magnetoberfläche, und nicht alle Feldlinien haben Quellen.



**Abb. 12:** Laut Feldlinienbild scheint ein magnetisches Feld  $\vec{H}$  analog dem elektrischen Feld  $\vec{E}$  zu existieren. Es ist analog dem elektrischen Feld darstellbar durch Feldlinien. Ladungen allein können dieses Feld nicht erzeugen.

### 3.3. Der historische Oersted-Versuch



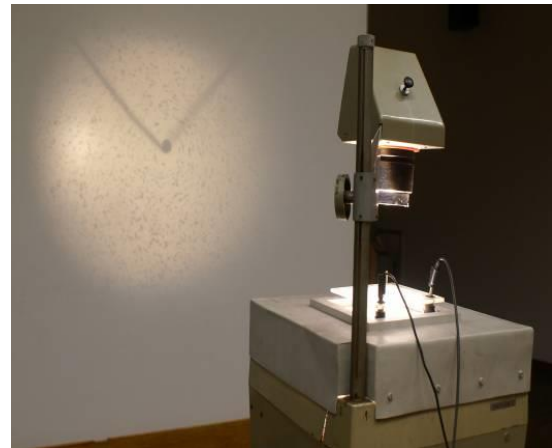
**Abb. 13:** Der historische Oersted-Versuch: Ein Strom durch den langen Kupferdraht lenkt eine Magnetnadel senkrecht zur Stromrichtung ab.

Eine Magnetnadel in der Nähe eines stromführenden Leiters wird senkrecht zum Leiter, d.h. senkrecht zum Stromfluss ausgelenkt. Das führt zu einer gedämpften Drehschwingung um die Endlage. Auch wenn man die Magnetnadel aus der Ruhelage im Feld auslenkt, führt sie eine gedämpfte Drehschwingung aus. Das von der Magnetwirkung herrührende Richtmoment (der Proportionalitätsfaktor des winkelproportionalen Drehmomentes) ist proportional zum Quadrat der Frequenz der Drehschwingung bei kleiner Auslenkung. Je weiter die Magnetnadel vom Leiter entfernt steht, desto kleiner wird die Frequenz und damit das Richtmoment. Das kann man auch zeigen, wenn man der Magnetnadel einen Dauermagnet nähert (Abb. 13).

### 3.4. Feldlinien um einen Strom

Eisenfeilspäne zeigen wegen des gleichen Vorgangs wie beim Dauermagneten die elektrischen Feldlinien um einen Strom, der senkrecht zur Beobachtungsebene fließt. Man beobachtet konzentrische Kreise um den im Draht fließenden Strom. Die Anzahl der

so ermittelten Feldlinien zeigt natürlich nicht ihre Feldliniendichte, denn sie hängt nur von der Menge des aufgetragenen Eisen-Materials ab. Man kann aber die Abnahme der Feldstärke mit dem Abstand vom Leiter gut beobachten, weil die Linien sich in größerem Abstand aufgrund des abnehmenden magnetischen Feldes wesentlich schlechter ausbilden als in unmittelbarer Drahtnähe (Abb. 14).



**Abb. 14:** Geschlossene Feldlinien (Kreise) bilden sich im Magnetfeld  $H$  um einen Strom  $I$ .

### 3.5. Homogenes Magnetfeld

Das einfachste Magnetfeld ist offenbar das eines Stromes in einem geraden, unendlich langen Leiter (Kap. 3.3).

Wir vergleichen es mit dem einfachsten elektrischen Feld, nämlich dem einer Punktladung (Kap. 2.9).

Da ist ein diametraler Unterschied:

- (1) Die Feldlinien des elektrischen Feldes haben einen Anfang und ein Ende; die Feldlinien des Magnetfeldes sind geschlossen.
- (2) Die Feldlinien des elektrischen Feldes zeigen in die Richtung der verursachenden Kraft; die Magnetfeldlinien zeigen senkrecht zur Ursache.

Es besteht nur eine Gemeinsamkeit. Das Feld wird mit zunehmendem Abstand zur Ursache kleiner. Das ist aber trivial und streng quantitativ auch unterschiedlich. Das elektrische Feld klingt mit dem Quadrat des Abstandes ab, das Magnetfeld nur mit der Entfernung.

Wenn wir elektrisches und magnetisches Feld miteinander vergleichen wollen, dann ist das nur für ein homogenes Feld machbar. In Kap. 2.9 wurde die Möglichkeit für das elektrische Feld gezeigt.

Wir wollen ein homogenes magnetisches Feld erzeugen. Wir schauen uns zuerst das Feld einer Leiterschleife an. In der Mittelachse der Schleife ist ein kleiner Bereich etwa paralleler Feldlinien ähnlich dem Bereich in der Mitte zwischen entgegengesetzten Punktladungen (Kap. 2.9) zu sehen.

Stellt man mehrere Leiterschleifen hintereinander, entsteht ein größerer gut genäherter homogener Bereich (Abb. 15).



Wenn man die Spule dichter wickelt, wird der homogene Bereich ideal und fast so groß wie das Spuleninnere. Die Feldlinien sind über den inhomogenen Außenraum trotzdem geschlossen. Das ist wegen der kleinen Feldstärke im praktischen Versuch nicht gut zu sehen. Den Vektorcharakter des Feldes kann man sehr schön zeigen, wenn man zwei Spulen senkrecht kreuzt. Eine Torsionsspule, die auf dem Bild nicht mit dargestellt ist, hat geschlossene Feldlinien, die nur im Innenraum der Spule liegen. Die Feldlinien im Inneren eines Dauermagneten können nicht gezeigt werden, und es kann auch das Feld nicht wie oben beschrieben gemessen werden. Eine gute Näherung ist die Annahme, dass zusätzlich zu geschlossenen Feldlinien weitere an verschiedenen Gebieten der Magnetoberfläche enden. Die Diskussion der Felder soll aber hier nur für den leeren Raum erfolgen.

Ein homogenes Feld erhält man auch, wenn man zwei Leiterschleifen oder schmale Spulen im Abstand ihres Durchmessers aufstellt (Helmholtz-Spule). Die Homogenität zeigen Eisenfeilspäne auf einer Glasplatte. Mit dieser Anordnung kann man leichter und viel besser sichtbar experimentieren (Abb. 16).

Fazit: Mit einem Plattenkondensator erhält man annähernd gute homogene elektrische Felder, mit einer Helmholtz-Spule homogene Magnetfelder.



Abb. 15: Verschiedene Anordnungen zur Feldlinien-darstellung des Magnetfeldes



Abb. 16: Spule und Plattenkondensator haben im Inneren ein homogenes Feld. Magnetische Felder im leeren Raum sind immer geschlossen (quellenfreie Wirbelfelder).

### 3.6. Kraft auf einen Probemagneten

Da man im Experiment mit dem Stabmagneten ähnlich wie in der Elektrostatik Kräfte beobachtet hat, bietet es sich an, einen Probemagnet zur Feld-

definition zu verwenden. Im inhomogenen Außenbereich in Richtung der Achse der Helmholtz-Spule bemerkt man deutlich eine anziehende Kraft und zwar unabhängig, von welcher Seite man kommt, weil sich der Magnet immer in Gegenrichtung zum Magnetfeld dreht. Im Spuleninneren, wo die Feldstärke am größten, aber eben homogen ist, bemerkt man keine Kraft. Eine Kraft kann nämlich nur im inhomogenen Feld auftreten, weil die abstoßende Kraft auf der feldabgewandten Seite kleiner ist als die anziehende Kraft auf der zum Feld zeigenden Seite. Im homogenen Feld sind beide Kräfte gleich groß und kompensieren sich deshalb (Abb. 17).

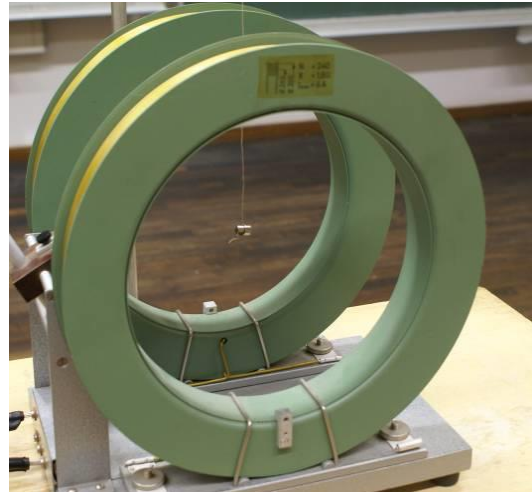


Abb. 17: Die Kraft auf einen Magnet ist zur Definition der Feldstärke nicht brauchbar.

Da in Analogie zum elektrischen Feld die Kraftwirkung zur Definition des Magnetfeldes nicht brauchbar ist, wird demzufolge eine andere Größe gebraucht.

### 3.7. Drehmoment auf einen magnetischen Probedipol



Abb. 18: Die Definition des  $\vec{H}$ -Feldes erfolgt über die Wirkung eines Drehmomentes auf einen Probemagneten  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$ ;  $m$  wird hier in Vsm gemessen und ist betragsmäßig über das Produkt aus der Permeabilitätszahl  $\mu_0$ , des Stromes  $I$  sowie des Betrages der vom Strom umflossenen Fläche  $A$  definiert, um die Analogie zum  $\vec{E}$ -Feld zu sichern.

Im homogenen Feld wirkt zwar keine Kraft auf den Probemagnet, man sieht, dass er sich aber deutlich entgegen der Feldrichtung dreht und wie beim Oerstedt-Versuch um die Feldrichtung eine Drehschwingung ausführt. Eine zu definierende Stärke des magnetischen Feldes,  $\vec{H}$ -Feld genannt, zeigt also in Richtung der Tangente an die Feldlinien. Der Betrag der Feldstärke ist dann proportional zu dem Richtmoment der Drehschwingung  $D$  (nicht zu verwechseln mit dem Feld  $\vec{D}$ ) des Probemagneten (Abb. 18). Eine andere Möglichkeit, den Betrag zu definieren, ist, den Probemagnet senkrecht zum Feld zu stellen und dieses dann auftretende maximale Drehmoment  $\vec{M}$  zu bestimmen. Um die Feldstärke zu normieren, muss man analog zur Ladung im Experiment der Kap. 2.2 bzw. 2.3 ein magnetisches Moment definieren, welches die Stärke des Probemagneten beschreibt. Betragsmäßig ist das maximale Drehmoment  $M$  dividiert durch den Betrag des magnetischen Momentes  $m$  der Betrag der magnetischen Feldstärke  $H$ , vektoriell gilt

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H} \quad \{6a\}.$$

In der Literatur findet man stattdessen die Vektorgleichung

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \{6b\}.$$

Der Unterschied zwischen den Gleichungen {6a} und {6b} besteht lediglich in der Definition des magnetischen Dipolmomentes  $m$ , die aus der Sicht der Autoren letztendlich willkürlich ist.

### 3.8. Definition des $E$ -Feldes über einen Probepol

Man kann nun das gleiche  $\vec{E}$ -Feld wie in der Elektrostatik definiert auch mit einer dem gerade besprochenen Versuch analogen Weise bestimmen. Dazu ordnet man zwei gleichgroße entgegengesetzte Ladungen im Abstand  $l$  an und erhält einen elektrischen Dipol mit dem elektrischen Dipolmoment

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l} \quad \{7\}.$$

Im Experiment (Abb. 19) entsteht der Dipol, weil wegen der Leitfähigkeit des Stabes, der die beiden metallbelegten Körper verbindet, sich Ladungen verschieben, wenn man an den Kondensatorplatten ein elektrisches Feld

$$|\vec{E}| = \frac{U}{d} \quad \{8\}$$

anlegt (Influenz). Der Dipol schwingt um die Richtung des elektrischen Feldes mit einem feldproportionalen Richtmoment  $D$  wie der Magnet im magnetischen Feld  $\vec{H}$ . Auf ihn wirkt auch nur im inhomogenen Feld immer eine anziehende Kraft  $\vec{F}$ , weil er sich ausrichtet und die Anziehungskraft auf die ladungsnähere Dipolladung größer ist als die Abstoßungskraft auf die ladungsfernere. Im homogenen

Feld sind auch hier beide Kräfte gleich groß. Man beobachtet im Experiment, dass mit zunehmender Feldstärke, hier über die Spannung  $U$  gezeigt, die Frequenz  $f$  genauso ansteigt. Man kann also ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  ebenso mit einem Probepol definieren, dessen maximales Drehmoment  $\vec{M}$  bei senkrechter Lage zur Feldrichtung durch sein Dipolmoment  $p$  dividiert wird. Wegen

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \{9\}$$

aus der Mechanik gilt hier

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad \{10\}.$$

Aus der Newton'schen Bewegungsgleichung

$$M = -D\varphi = J\alpha \quad \{11\}$$

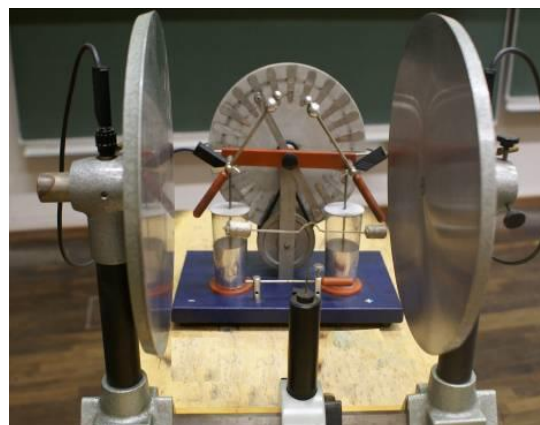
folgt als Schwingungsdifferentialgleichung

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi = -pE\varphi. \quad \{12\}.$$

Nach Lösung dieser homogenen, linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten kann man aus der Messung der Schwingungsdauer  $T$  ( $\omega = 2\pi f$  und  $f = 1/T$ ) beim Pendeln des Dipols zwischen den Kondensatorplatten die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  bestimmen. Diese Methode ist natürlich auch mit einem magnetischen Moment  $\vec{m}$  zur Bestimmung des  $\vec{H}$ -Feldes anwendbar.

Damit ist die Analogie zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld gezeigt. Beide Feldstärken sind definiert über die Wirkung eines Drehmomentes auf einen geeigneten Probekörper. Mit der Kraftwirkung ist keine geschlossene Analogie demonstrierbar.

Fazit: Das Drehmoment auf einen Probekörper ist in beiden Fällen zur Definition der Feldstärken geeignet, die Kraftwirkung allein hingegen nicht.



**Abb. 19:** Das Experiment zeigt die Analogie zwischen  $\vec{E}$ -Feld und  $\vec{H}$ -Feld. Beide Felder können über das Drehmoment  $\vec{M}$  auf einen entsprechenden Probepol eingeführt werden.

### 4. Induktion

Die Induktion ist ein Naturgesetz. Man kann es nur beschreiben. Eine Interpretation ist nur aus einer



verallgemeinernden Theorie möglich, die aber gerade dieses Experiment als eine Grundlage hat.

Wir stellen eine Leiterschleife oder, um den Effekt zu vergrößern, mehrere hintereinander geschaltete Schleifen, eine Spule also, in das Magnetfeld eines Dauermagneten (Abb. 20). Verschiebt man den Magnet, oder bewegt man die Spule, dann misst man eine Spannung  $U$ , die man Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  nennt. Bewegt man den Tisch, auf dem beide stehen, dann misst man nichts. Eine Spannung wird offenbar dann gemessen, wenn sich das Magnetfeld ändert. Eine Spannung wird auch gemessen, wenn man die Spule dreht. Es spielt offenbar auch eine Rolle, welches Gebiet des Magnetfeldes die Spule durchsetzt, oder wie die Spule zum Magnetfeld steht. Die Induktionsspannung ist unabhängig von der Feldstärke, Spulengröße und Stellung immer null, solange sich nichts ändert. Die Induktion ist die Schnittstelle zwischen elektrischen und magnetischen Feldern.

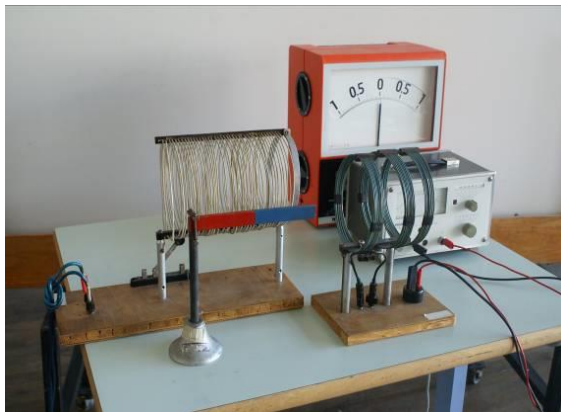


Abb. 20: Experimentieranordnung zur Induktion

## 5. Vergleich von Induktion und Influenz

Wir vergleichen jetzt den Strom  $I$ , der in bzw. aus einer leitenden Kugel fließt, wenn sich das elektrische Feld  $E$  ändert, indem man einen geladenen Stab nähert, mit der Spannung  $U$ , die nach Kap. 4 (Abb. 20) in der Spule induziert wird, wenn sich das magnetische Feld  $H$  ändert, indem man einen Magneten annähert (Abb. 21).

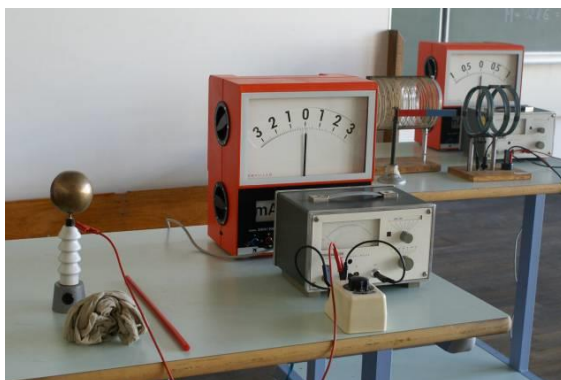


Abb. 21: Demonstrationsversuch zur Influenz. Berührungslos wird die Feldstärke als Stromstoß gemessen

Wenn die Feldstärke größer wird, dann:

- (1) fließt positiver Strom,
- (2) wird positive Spannung induziert.

Wenn wir die Wortschöpfung „influenzieren“ akzeptieren, dann:

- (1) wird positiver Strom beeinflusst.
- (2) wird positive Spannung induziert.

Werden umgekehrt die Feldstärken kleiner, dann

- (1) wird negativer Strom beeinflusst.
- (2) wird negative Spannung induziert.

Bleiben die Feldstärken konstant, dann wird unabhängig von ihrer Größe nichts

- (1) beeinflusst bzw.
- (2) induziert.

Es ist gleichgültig, ob die Feldänderung durch Bewegen

- (1) des geladenen Stabes,
  - (2) des Magneten
- oder durch Bewegen

- (1) der Kugel,
- (2) der Spule

erfolgt.

Die unterschiedliche Geometrie der Messfühler folgt aus der gegensätzlichen Tatsache, dass das elektrische Feld  $E$  ein wirbelfreies Quellenfeld und das magnetische  $H$  ein quellenfreies Wirbelfeld ist.

Fazit: Induktion (Spannungserzeugung) ist mit Influenz (Ladungsverschiebung und damit Stromerzeugung) vergleichbar. Die beiden Erscheinungen sind hinsichtlich ihrer prinzipiellen Wirkungsweise völlig analog.

## 6. Geschlossene Fläche um eine Ladung

Diese experimentelle Anordnung legt nahe, den elektrischen Fluss  $\phi_{\text{el}}$  einer geschlossenen Fläche  $A$  zu untersuchen. Nur durch den Draht, in dem der Stromstoß  $\int Idt$ , also die Ladung  $Q$  gemessen wurde, floss Ladung  $Q$  auf die Kugel. In einer die Kugel umschließenden Fläche wird auch genau diese Ladung verschoben. Das Integral der Verschiebungsdichte  $D$  über die geschlossene Fläche  $\oint \vec{D} d\vec{A}$  muss also die Ladung  $Q$  im Inneren der Kugel sein. Andererseits kann die pro Zeiteinheit  $dt$  verschobene Ladungsmenge  $Q_v$  als Verschiebungsstrom  $I_v$  aufgefasst werden.  $I_v$  entsteht als zeitliche Änderung des elektrischen Flusses  $\phi_{\text{el}}$ . Die Gesamtladung  $Q_{\text{ges}}$  ist der Gesamtfluss durch eine geschlossene Oberfläche

$$Q_{\text{ges}} = \oint \vec{D} d\vec{A} = \iiint_V \rho(\vec{r}) dV \quad \{13\}$$

mit  $\rho(\vec{r})$  als raumabhängige Ladungsträgerdichte. Mit dem Integralsatz von Gauß gilt in differenzieller Schreibweise:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho(\vec{r}) \quad \{14\}.$$

Die Divergenz von  $D$  umfasst also alle freien Ladungen (Quellen des elektrischen Verschiebungsfeldes), die letzten Endes noch für den Transport zur Verfügung stehen, im Gegensatz zur Divergenz von  $E$ , die alle Ladungen insgesamt umfasst. Dieser Unterschied ist grundlegend, wenn man das Einbringen von Dielektrika in den Plattenkondensator betrachten möchte.

## 7. Einführung des $B$ -Feldes bzw. der magnetischen Flussdichte

Der vorige Versuch legt nahe, eine dem elektrischen Verschiebungsfeld  $D$  ähnliche Feldgröße für das magnetische Feld einzuführen. Wir nennen diese Induktionsfeld oder  $\vec{B}$ -Feld. Wir können nämlich genau wie wir nach Kap. 2.6 einen Stromstoß  $\int Idt$  ermittelten, einen Spannungsstoß  $\int Udt$  bestimmen. Dem Stromstoß  $\int Idt$  konnte eine Ladung  $Q$  zugeordnet werden, der ein bestimmter elektrischer Fluss  $\phi_{el}$  entsprach. Beim magnetischen Feld kann nur ein solcher Fluss gefunden werden, da das quellenfreie Feld keine Ladungen zulässt. Anschaulich können beide Flüsse als Zahl der Feldlinien verstanden werden. Analog zum elektrischen Fluss  $\phi_{el}$ , der in eine geschlossene Fläche strömt, ist der magnetische Fluss  $\phi_m$ , den die  $N$  Windungen der Spule umschließen, zu sehen.

Wir experimentieren analog zum Versuch in Kap. 2.6 (Abb. 22). Wir erzeugen ein homogenes Magnetfeld, bringen in dieses Feld eine Messspule und messen den Spannungsstoß  $\int Udt$ , wie wir in Kap. 2.6 den Stromstoß  $\int Idt$  bestimmten. Es ist auch hier möglich, das Feld aus- oder einzuschalten bzw. sogar umzupolen, um die doppelte Spannung zu erhalten, die Spule ins Feld zu bringen oder sie zu entfernen oder sie im Feld zu drehen. Die ortsabhängige Feldstärke  $B$  ist der Spannungsstoß

$$\int Udt = \iint_A \vec{B} d\vec{A} \quad \{15\}$$

von nicht vom Feld durchsetzter Spule zu maximal vom Feld durchsetzter Spule dividiert durch ihre Fläche  $A$  und die Windungszahl  $N$ . Die Spule ist maximal vom Feld durchsetzt, wenn sie senkrecht zum Feld steht. Es gilt:

$$\phi_m = \iint \vec{B} d\vec{A} \quad \{16\}.$$

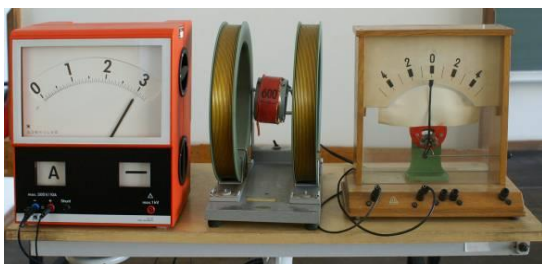


Abb. 22: Experimentieranordnung zur Induktion

Das Experiment zeigt auch, dass der Spannungsstoß der Messspule, also die Größe  $\vec{B}$ , proportional dem Strom in der felderzeugenden Spule, der das  $\vec{E}$ -Feld bestimmt, ist. Die Proportionalität von  $\vec{H}$ -Feld und  $\vec{B}$ -Feld ist ein Naturgesetz, was die Induktionskonstante  $\mu_0$  bestimmt.

Fazit: Es resultiert eine Messvorschrift für das  $\vec{B}$ -Feld. Es besteht eine Proportionalität zwischen  $\vec{B}$ -Feld und  $\vec{H}$ -Feld:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \{17\}$$

mit  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs / Am}$ .

## 8. Experimenteller Nachweis eines Spannungsstoßes

Wir schalten analog zur Vorgehensweise zum Nachweis des Stromstoßes (Abb. 8 in Kap. 2.7) je einen änderbaren Widerstand zuerst parallel und dann in Reihe zum Messgerät (Abb. 23). Der Parallelwiderstand ändert bei sonst gleicher Versuchsdurchführung die Anzeige nicht, während der Widerstand in Reihe die Anzeige ändert. Damit zeigt man, dass eine Spannung und kein Strom induziert wird. Wenn eine Spannung induziert wird, ist ihre Größe natürlich nicht vom Widerstand des Drahtes der Messschleife abhängig. Man muss nur deshalb einen Leiter für die Spule verwenden, weil für den Betrieb des Messgerätes auch bei Spannungsmessung ein kleiner Strom benötigt wird. Die widerstandsunabhängige Spannung wird natürlich auch bei unendlich großem Widerstand, also auch im leeren Raum, auf einem gedachten geschlossenen Weg induziert.

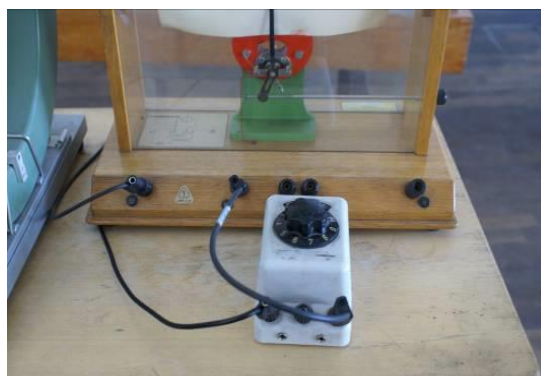


Abb. 23: Messanordnung zum Beweis eines Spannungsstoßes. Der Widerstand wird einmal parallel (Bild oben) und einmal in Reihe (Bild unten) geschaltet.

## 9. Zusammenfassung der Felder $E - H - D - B$

Die mechanische Wechselwirkung des elektrischen Feldes wird mit der Größe  $E$  als  $E$ -Feld aus der Kraftwirkung  $F$  auf eine Probeladung  $Q$  bestimmt. Die Feldstärke  $E$  ist die Kraft  $F$  dividiert durch die Probeladung  $Q$ ;

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad \{18\}.$$

Da es keine magnetischen Ladungen gibt, muss das Drehmoment  $\vec{M}$  eines auf das magnetische Moment eines Probemagneten  $\vec{m}$  zur Definition der die mechanische Wechselwirkung beschreibenden magnetischen Feldgröße  $\vec{H}$  dienen. Die Feldstärke  $\vec{H}$  ist das Drehmoment  $\vec{M}$  dividiert durch das magnetische Moment des Probemagneten  $\vec{m}$ ;  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$

$$\text{bzw. } |\vec{H}| = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{m}|} \quad \{19\}.$$

Man kann über das Drehmoment  $\vec{M}$  eines elektrischen Dipols als elektrische Analogie zum Magnetfeld die gleiche Feldgröße  $\vec{E}$  erhalten. Die Feldstärke  $\vec{E}$  ist dann das Drehmoment  $\vec{M}$  dividiert durch das elektrische Dipolmoment  $\vec{p}$ ;  $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ .

Beide Felder lassen sich auch mit einer Größe beschreiben, die sich im elektrischen Fall aus dem Stromstoß (elektrischer Fluss)  $\int I dt$  und im magnetischen Fall aus dem Spannungsstoß (magnetischer Fluss)  $\int U dt$  ergibt, wenn man eine zur Messung dienende Fläche  $A$  vom feldfreien zum maximal felddurchsetzten Zustand bringt. Die Feldstärke  $D$  ist der *Stromstoß*, die Feldstärke  $\vec{B}$  der *Spannungsstoß* dividiert durch die Fläche  $A$ , mit der gemessen wird.

Da das  $D$ -Feld wirbelfrei ist, muss man an zwei Stellen des elektrischen Flusses mit zwei getrennten Flächen messen.

Da das  $B$ -Feld ein Wirbelfeld ist, müssen die Feldlinien durch eine geschlossene Linie, welche die zur Messung dienende Fläche umrandet (Leiterschleife), umfasst werden. Die Fläche kann mehrmals umrandet werden (Spule).

Es gelten die Naturgesetze:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \{20\}$$

und

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \{21\}.$$

Es sei an dieser Stelle noch einmal angemerkt, dass historisch entstanden und in den Maxwell-Gleichungen niedergeschrieben sowie in vielen Lehrbüchern dargestellt  $E$  und  $B$  sowie  $D$  und  $H$  als analoge Größen „gehandelt“ werden. Die Dimensionen sind aber verschieden, eben weil  $E$  und  $H$  die Feldstärken und  $D$  und  $B$  die Flussdichten der jeweiligen Felder sind.

## 10. Elektrische Bauelemente

### 10.1. Kondensator: Kapazität $C$

Wir untersuchen jetzt das elektrische Feld insgesamt von außerhalb. Das Feld befindet sich zwischen zwei beliebig geformten geladenen leitenden Körpern, die durch ein Dielektrikum voneinander getrennt sind. Man nennt das Kondensator. Ist nur ein geladener Körper vorhanden, erstreckt sich das Feld in den unendlichen Raum. Das Feld wird so durch Ladung, ihre Änderung und die zugehörige Spannung beschrieben. Die Ladung  $Q$  ist der Fluss des gesamten elektrischen Feldes  $\phi_{el}$ . Da das elektrische Feld  $E$  dem Verschiebungsfeld  $D$  proportional ist und die Spannung  $U$  dem Betrag des elektrischen Feldes  $E$ , weil die Geometrie der Anordnung nicht verändert wird, ist die Ladung  $Q$  der Spannung  $U$  proportional. Man kann also einen nur von der Geometrie  $A/d$  und der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  abhängigen Proportionalitätsfaktor, Kapazität  $C$  genannt, finden

$$Q = CU \quad \{22\}.$$

Ein Plattenkondensator ist als Beispiel gut geeignet, weil das elektrische Feld fast vollständig in dem Bereich zwischen den Platten konzentriert ist. Wir zeigen durch Abstreifen einiger Ladungsportionen, dass Spannung  $U$  und Ladung  $Q$  proportional sind (Abb. 24).



Abb. 24: Man kann Felder auch mit Spannung  $U$  und Kapazität  $C$  charakterisieren.

### 10.2. Kondensator: Fluss $\phi$ konstant

Wir halten den elektrischen Fluss eines Plattenkondensators konstant, indem wir eine Platte aufladen und das nicht weiter ändern. Wenn wir jetzt den Plattenabstand  $d$  vergrößern, steigt die Spannung  $U$ . Für kleine Plattenabstände  $d$  ist die Spannung  $U$  proportional zu dem Plattenabstand.

Fazit: Die Kapazität ist geometrieabhängig und eigentlich eine reine Geometriegröße.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} \quad \{23\}.$$

### 10.3. Kondensator: Spannung $U$ konstant

Wir können eine Kapazitätsänderung, also die Änderung der Fähigkeit eines Kondensators, bei einer Spannung Ladung zu speichern, auch zeigen, indem



wir bei konstanter Spannung den Stromstoß, der der Änderung folgt, messen (Abb. 25). Wir benutzen wieder einen Plattenkondensator. Verringern wir den Plattenabstand  $d$ , oder erhöhen wir die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  durch Einbringen eines Dielektrikums, wenn der Kondensator an der Spannungsquelle verbleibt, dann bemerkt man einen positiven Stromstoß, im gegenteiligen Fall einen negativen.

Fazit: Stromstöße zeigen Änderungen des elektrischen Flusses bei Kapazitätsänderung.

a)  $\phi = \text{const}$  bedeutet  $D = \text{const}$ ;

b)  $U = \text{const}$  hingegen  $E = \text{const}$ .

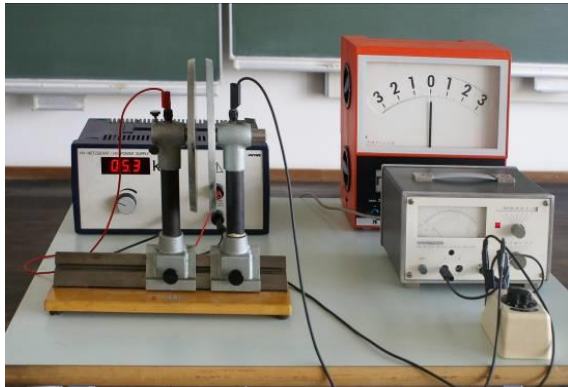


Abb. 25: Kondensator mit konstanter Spannung

#### 10.4. Spule: Induktivität

Analog zum Bauelement Kondensator beim elektrischen Feld kann man für das magnetische Feld eine Ringspule oder eine hier verwendete Spule mit geschlossenem Eisenkern herstellen, um das Feld auf einen Raumbereich zu beschränken und es von außen zu untersuchen. Eine Untersuchung bei konstantem Fluss analog zu Kap. 10.2 ist nicht möglich, weil es keine magnetischen Ladungen gibt. Auch eine Änderung der Geometrie bei konstantem Strom ist problematisch.



Abb. 26: Die Flussänderung wird durch einen negativen Spannungstoß hervorgerufen.

Man kann aber einfach den magnetischen Fluss bei konstantem Strom durch die Spule ändern, wenn man das Joch des geschlossenen Kerns anhebt und so einen Bereich mit wesentlich kleinerer Induktionskonstante schafft. Das sollte einen zur Flussänderung gehörenden Spannungstoß geben. Man misst natürlich über einer Spule immer einen

Spannungsabfall wegen ihres Ohm'schen Widerstandes. Wird der magnetische Fluss verkleinert, misst man einen zusätzlichen Spannungstoß in Richtung des Spannungsabfalls, beim Wiederaufsetzen des Joches misst man einen Spannungstoß in Gegenrichtung (Abb. 26). Es gibt also eine Fähigkeit der Spule, Induktionsfluss bei einem bestimmten Strom zu bilden, die man Induktivität nennt. Der Spannungstoß bei Vergrößerung des Flusses ist negativ.

### 11. Ein- und Ausschaltvorgänge

#### 11.1. Rechteckspannung am Kondensator

An einen Kondensator wird eine Rechteckspannung angelegt, und die Kondensatorspannung sowie der Auflade- bzw. Entlade-Strom werden gleichzeitig am Oszillografen (vier analoge Eingänge) angezeigt. Beim Einschalten nähert sich die Spannung exponentiell dem Maximalwert. Der Strom ist am Anfang maximal. Er nimmt mit der Zeitkonstante  $\tau = RC$  des Spannungsanstiegs bis auf null ab. Beim Ausschalten nimmt die Spannung mit derselben Zeitkonstante bis auf null ab, und der Strom hat den gleichen, aber negativen Verlauf (Abb. 27).

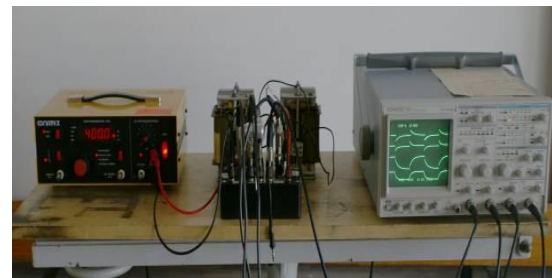


Abb. 27: Rechteckspannung am Kondensator

Vergrößert man einen Ohm'schen Widerstand im Stromkreis, so ändert sich der Maximalwert der Kondensatorspannung nicht, die Zeitkonstante wird größer, aber der Maximalstrom wird kleiner, so dass der Stromstoß gleich bleibt. Auch beim Zuschalten eines weiteren Kondensators, d. h. bei Kapazitätsvergrößerung, ändert sich die Maximalspannung nicht; es wird zwar die Zeitkonstante größer, aber der Maximalstrom ändert sich nicht, so dass der Stromstoß größer wird (Abb. 28).

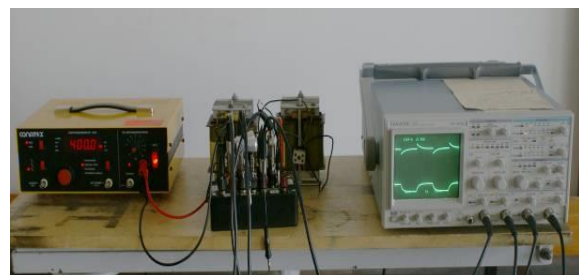


Abb. 28: Zeitverlauf von Strom und Spannung an einem Kondensator

Interpretation Einschalten:

Am Anfang ist die Spannung am Kondensator null, denn es besteht noch kein  $D$ -Feld und wegen der

Proportionalität auch kein  $\vec{E}$ -Feld, dessen Wegintegral die Spannung

$$U = \oint_C \vec{E} d\vec{s} \quad \{24\}$$

ist. Die Größe des Stroms wird von den anderen Bauelementen im Stromkreis bestimmt. Der dauernde Stromfluss lässt das  $D$ -Feld wachsen, damit wächst das  $E$ -Feld, und die Spannung, die der Ursprung entgegengesetzt ist, steigt. Dadurch wird der Strom kleiner. Im Endzustand ist die Kondensatorspannung das negative der Ursprung, und der elektrische Fluss ist gleich dem Stromstoß. Wird der Ohm'sche Widerstand  $R$  im Stromkreis vergrößert, wird der Anfangsstrom kleiner. Da sich dennoch die Kondensatorspannung als negative Ursprung einstellt und der zugehörige elektrische Fluss derselbe ist, muss die Zeitkonstante größer werden, um den gleichen Stromstoß zu erreichen. Wird die Kapazität größer gewählt, ändern sich Anfangsstrom und Endspannung nicht, aber der Stromstoß muss größer werden, da der elektrische Fluss jetzt größer ist. Daher wird die Zeitkonstante größer. Der exponentielle Zusammenhang kommt zustande, weil die Änderung der Spannung proportional zu dem Strom ist, der seinerseits proportional der Differenz zur Endspannung ist.

Interpretation Ausschalten:

Nach Zurücksetzen der Ursprung wirkt der Kondensator als Spannungsquelle. Er treibt einen Strom, der vom Ohm'schen Widerstand bestimmt wird. Wegen des Stromes baut der elektrische Fluss proportional dazu das  $E$ -Feld und die Spannung ab. Im Endzustand ist der ursprüngliche elektrische Fluss gleich dem Stromstoß. Der exponentielle Zusammenhang kommt, weil die Änderung der Spannung, nämlich der Strom proportional der Spannung ist. Ohm'scher Widerstand  $R$  und Kapazität  $C$  wirken sich analog wie beim Einschalten aus.

Fazit: Der den Fluss aufbauende Stromstoß ist ihm gleich. Er ist proportional zu Ursprung und Kapazität. Der Ohm'sche Widerstand bestimmt die Zeitkonstante.

### 11.2. Rechteckspannung an der Spule

An zwei in Reihe geschaltete Spulen mit den Induktivitäten  $L_1$  und  $L_2$  wird eine Rechteckspannung angelegt, und die Spannung  $U$  über den Spulen und der Strom  $I$  durch die Spulen werden gleichzeitig am Oszillografen angezeigt (Abb. 29). Beim Einschalten nähert sich der Strom  $I$  exponentiell einem Maximalwert. Die Spannung  $U$  über den Spulen ist am Anfang gleich der negativen Ursprung. Sie nähert sich mit der gleichen Zeitkonstante  $\tau$  wie der Strom  $I$  einem kleinen Endwert, den der Ohm'sche Widerstand der Spulen bestimmt. Beim Ausschalten nimmt der Strom mit der gleichen Zeitkonstante  $\tau$  bis auf den Wert null ab. Die Spannung über der Spule ist am Anfang so groß wie die positive Ursprung. Auch sie nimmt mit der gleichen Zeitkonstante  $\tau = RL$  bis auf den

Wert null ab. Vergrößert man den zusätzlichen Ohm'schen Widerstand im Stromkreis, werden der Maximalstrom und die Zeitkonstante kleiner. Vermindert man die Rechteckspannung, werden Ursprung und Maximalstrom kleiner, aber die Zeitkonstante bleibt ungeändert. Schließt man eine Spule kurz, dann ändert sich der Maximalstrom nicht, wenn der zusätzliche Ohm'sche Widerstand hinreichend groß ist, aber die Zeitkonstante wird kleiner. Die Maximalspannungen über den Spulen ändern sich in beiden Fällen nicht.

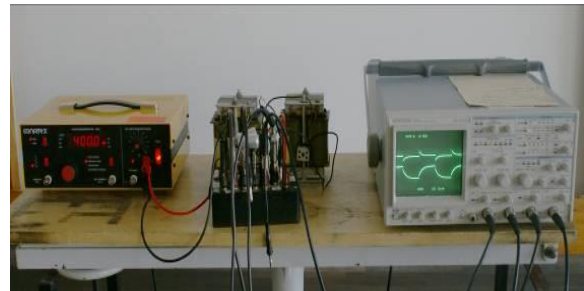


Abb. 29: Zeitverlauf von Strom und Spannung an einer Spule

Interpretation Einschalten:

Am Anfang ist der Strom null, denn dem Strom ist das  $H$ -Feld proportional, das dem magnetischen Fluss proportional ist. Er muss erst aufgebaut werden. Die Behinderung des Stroms wegen nicht vorhandenem Fluss wirkt sich wie die Behinderung durch Dissipation beim Ohm'schen Widerstand, also als Spannungsabfall aus, der gleich der negativen Ursprung ist. Dieser Spannungsabfall kann aber auch als Induktionsspannung wegen der Flussänderung des sich aufbauenden magnetischen Flusses gesehen werden. Dieser Fluss macht einen immer größer werdenden Strom möglich. Mit steigendem Strom teilt sich die Spannung in einen Spannungsabfall an den Ohm'schen Widerständen und einen Spannungsabfall an der Induktivität auf. Die Flussänderung und die Stromänderung werden immer kleiner. Im Endzustand bleibt an der Spule nur der Spannungsabfall ihres Ohm'schen Anteils, und der Strom ist konstant und wird von allen Ohm'schen Widerständen bestimmt. Der magnetische Fluss des Endzustandes ist gleich dem Spannungsstoß vermindert um den Anteil des Ohm'schen Spannungsabfalls am Spulendraht. Ein größerer Widerstand im Stromkreis macht den Spannungsabfall an der Induktivität schneller klein. Das ergibt einen kleineren Spannungsstoß für den kleineren Endstrom bei gleicher Größe der Anfangsspannung. Wird die Induktivität kleiner, dann ist der magnetische Fluss bei gleichem Strom kleiner, und der Spannungsstoß wird auch kleiner, weil die Zeitkonstante kleiner wird. Der exponentielle Zusammenhang kommt, weil die Änderung des Stromes proportional dem Spannungsabfall an der Induktivität ist, der proportional zu der Differenz des Stromes zum Endstrom ist.

### Interpretation Ausschalten:

Nach dem Zurücksetzen der Spannung fließt der Strom wegen seines magnetischen Flusses weiter. Als Ursprung, die den Spannungsabfall an den Ohm'schen Widerständen kompensiert, wirkt die Induktionsspannung des zusammenbrechenden magnetischen Flusses. Dem sich proportional abschwächenden  $H$ -Feld entspricht ein immer kleiner werdender Strom und damit ein immer kleinerer Spannungsabfall. Der exponentielle Zusammenhang kommt, weil der Strom proportional zur Spannungsänderung an der Induktivität und auch proportional zu dem Spannungsabfall ist. Widerstandsänderung und Induktivitätsänderung wirken sich analog zum Einschalten aus.

Fazit: Der den Fluss aufbauende Spannungsstoß ist ihm gleich. Er ist proportional dem Endstrom und der Induktivität. Der Ohm'sche Widerstand im Stromkreis bestimmt die Zeitkonstante.

## 11.3. Schaltvorgänge

### 11.3.1. Vorbemerkungen

Der elektronische Schalter des Funktionsgenerators für die Versuche zum Kondensator (Abb. 28) und der Spule (Abb. 29) setzt nur die Ursprung auf Maximalwert oder null. Die Ohm'schen Widerstände einschließlich Innenwiderstand werden nicht geändert. Verwendet man einen mechanischen Schalter, dann wird der Ohm'sche Widerstand nach Abschaltung unendlich groß, so dass die Ausschaltvorgänge anders interpretiert werden müssen.

### 11.3.2. Kondensatorentladung

Wenn man einen aufgeladenen Kondensator von der Spannungsquelle trennt, passiert nichts, denn es fließt ohnehin kein Strom. Der Kondensator bleibt beliebig lang aufgeladen (Abb. 30). Schaltet man einen Ohm'schen Widerstand zum Kondensator, dann fließt der Stromstoß des elektrischen Flusses und lässt ein Lämpchen leuchten. Anfangsstrom und Zeitkonstante werden vom Widerstand bestimmt.



Abb. 30: Versuchsaufbau zur Kondensatorentladung

### 11.3.3. Glimmlampe mit Spule

Eine 4,5 V - Batterie wird mit einer Spule und einer Bienenkorbglimmlampe verbunden (Abb. 31).

Die Glimmlampe leuchtet nicht, da ihre Zündspannung etwa 60 V beträgt. Beim Öffnen des Schalters leuchtet die Lampe aber kurz auf. Das Öffnen des Schalters kann den Strom nicht beenden, denn der Fluss ist nicht abgebaut. Der Strom fließt weiter auf

anderen Wegen als über den Schalter. Die Stromänderung kann beliebig groß werden, so dass die Induktionsspannung immer so groß wird wie irgendein Spannungsabfall auf dem neuen Weg des Stromes. Es kann folglich jede beliebig hohe Zündspannung erreicht werden, wenn sich der Strom nur schnell genug zeitlich ändert. Auch hier ist der Spannungsstoß gleich dem gesamten magnetischen Fluss.



Abb. 31: Versuchsaufbau für Glimmlampe und Spule

## 11.3.4. Öffnungsfunke

Wenn im Stromkreis nur der Schalter ist, macht sich die Spannung des zusammenbrechenden Magnetfelds als Öffnungsfunke bemerkbar (Abb. 32). Er ist natürlich bei kleinerem Strom über eine eisengefüllte Spule wesentlich größer als bei größerem Strom über einen Widerstand. Es wird aber immer ein Öffnungsfunke beobachtet, weil jedes stromführende Bauelement eine gewisse Induktivität schon wegen des Magnetfelds eines geraden Leiters hat.



Abb. 32: Versuchsaufbau zur Demonstration des Öffnungsfunken

## 12. Verschiebungsstrom

### 12.1. Messung des Verschiebungsstroms

Es bleibt die Frage, wie Strom existiert, ehe sich der Öffnungsfunke am Schalter gebildet hat (Abb. 32). Außerdem legt die Tatsache, dass ein Strom von geschlossenen Feldlinien umgeben ist, nahe, dass auch der Strom selbst nur auf geschlossenen Linien existiert. Das führt zur Annahme eines Verschiebungsstroms genannten Stromes im sich ändernden elektrischen Fluss, wenn infolge eines Kondensators der Weg für Ladungsträgerbewegung unterbrochen ist. Man kann diesen Strom messen. Wie bei der Messung im Leiter wird der Stromfluss unterbrochen, indem zwei Platten in das  $D$ -Feld gestellt werden (Abb. 33).





**Abb. 33:** Im sich ändernden elektrischen Fluss existiert ein Verschiebungsstrom, der als echter Strom messbar ist. Der gesamte Versuchsaufbau ist äußerst empfindlich und muss deshalb mit größter Sorgfalt betrieben werden.

Zwischen ihnen wird der Strom mit einem üblichen Amperemeter gemessen. Vergleicht man den so gemessenen Strom mit dem eines Messgerätes, das konventionell in die Zuleitung zum Kondensator geschaltet wurde, so sieht man die synchronen Ausschläge. Die Beträge sind nicht gleich, da wir nur einen Teil des Verschiebungsstromes gemessen haben. Das ist aber bei konventioneller Messweise auch üblich (Shuntwiderstand), um Fehler infolge des Innenwiderstandes der Messgeräte zu vermeiden.

## 12.2. Magnetfeld des Verschiebungsstroms



**Abb. 34:** Der Verschiebungsstrom hat ein Magnetfeld.

Der Nachweis des Stromes ist vollständig, wenn man sein Magnetfeld zeigen kann (siehe Oersted-Versuch, Kap. 3.3, Abb. 13). Das Magnetfeld des wegen des notwendigen offenen Aufbaus sehr kleinen Stromes kann jetzt dank des GMR-Effektes gerade noch nachgewiesen werden.

Der GMR-Effekt (engl. *giant magnetoresistance*) oder Riesenmagnetowiderstand wird in Strukturen beobachtet, die aus sich abwechselnden magnetischen und nichtmagnetischen dünnen Schichten mit einigen Nanometern Schichtdicke bestehen. Der Effekt bewirkt, dass der elektrische Widerstand der Struktur von der gegenseitigen Orientierung der Magnetisierung der magnetischen Schichten abhängt, und zwar ist er bei Magnetisierung in entgegengesetzte Richtungen deutlich höher als bei Magnetisierung in die gleiche Richtung. Da die Feldplatte in erster Linie das viele Größenordnungen stärkere Erdmagnetfeld misst, muss die Messanordnung sorgfältig senkrecht zum Erdmagnetfeld gestellt werden. Man kann immerhin einen Ausschlag sehen, solange der Verschiebungsstrom besteht. Eine Proportionalität kann wegen des quadratischen Effektes der GMR

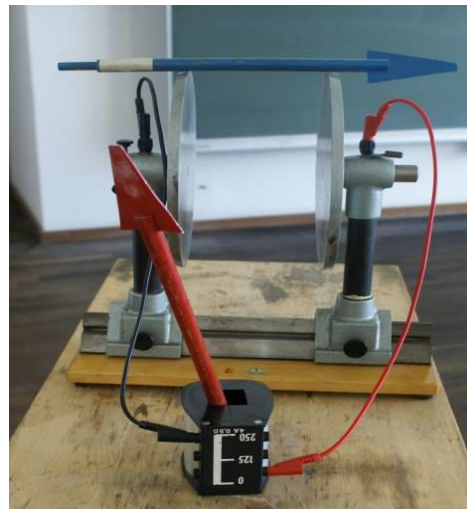
und der recht großen Messfehler durch Störungen nicht gut genug gezeigt werden (Abb. 34).

## 13. Schwingkreis

### 13.1. Modell Schwingkreis

Die Demonstration am Modell zeigt, was eintritt, wenn man an einen aufgeladenen Kondensator eine Spule schaltet (Abb. 35).

Am Anfang liegt an der Spule die Kondensatorspannung. Der Strom ist noch null, da kein magnetischer Fluss aufgebaut ist. Der elektrische Fluss nimmt ab. Deswegen und weil ein magnetischer Fluss aufgebaut wird, fließt ein Strom, der mit zunehmendem magnetischen Fluss immer größer wird. Ist der elektrische Fluss auf null abgebaut, ist der Strom oder der magnetische Fluss am größten. Der Verschiebungsstrom baut nun ein elektrisches Feld in Gegenrichtung auf. Die infolge des magnetischen Flusses entstehende Urspannung lässt die Kondensatorspannung steigen. Der magnetische Fluss oder der Strom vermindert sich bis auf null. Dann ist die entgegen gerichtete Kondensatorspannung oder der elektrische Fluss maximal, und er nimmt wieder ab, weil jetzt ein entgegen gerichteter magnetischer Fluss aufgebaut wird. Dann wiederholt sich alles wie oben angeben.



**Abb. 35:** Demonstrationsmodell Schwingkreis: Die Stellung der Pfeile demonstriert die jeweilige Ab- oder Zunahme eines Feldes

### 13.2. Schwingkreis: Kondensatorentladung

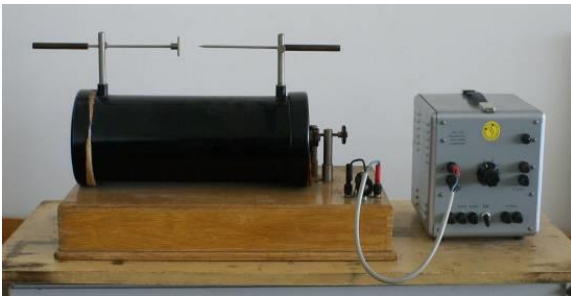
Wir laden einen Kondensator auf und entladen ihn danach über eine Spule (Abb. 36). Wir messen die Spannung mit einem Speicherosilloskop und schalten einen Lautsprecher parallel. Wir hören einen kurzen Ton und sehen eine gedämpfte harmonische Schwingung. Die Anfangsamplitude ist gleich der Kondensatorspannung, wenn man die Induktivität oder die Kapazität ändert. Wir ändern hier nur die Induktivität, indem wir den Eisenkern verschieben, dann ändert sich die Frequenz. Die Dämpfung ist wegen des Ohm'schen Widerstandes der Spulenwicklung immer vorhanden.



**Abb. 36:** Harmonische gedämpfte Schwingung in einem elektrischen Schwingkreis

### 13.3. Schwingkreis durch Stromunterbrechung

Wenn man durch eine Spule einen Gleichstrom fließen lässt und zu ihr einen Kondensator parallel schaltet, hat er keinen Einfluss, denn durch ihn fließt kein Strom, und im Idealfall fällt an ihm keine Spannung ab. Wenn man den Strom aber mit einem mechanischen Schalter unterbricht, dann besteht er nicht wie im Experiment des Kapitels 11 weiter über den Schalter, sondern er fließt jetzt über den Kondensator, und der übrige Stromkreis ist stromfrei. Alles weitere zwischen Spule und Kondensator läuft wie am Modell (Abb. 35) demonstriert ab. Die Amplitude der Schwingung hat nichts mit der Gleichspannung für den Betrieb der Spule zu tun. Sie ist nur von der Stromstärke des Gleichstroms, der Induktivität und der Kapazität abhängig. Hohe Stromstärke, große Induktivität und kleine Kapazität können eine sehr hohe Wechselspannung hervorrufen. Eine Anwendung ist der Funkeninduktor, der mit Niederspannung betriebenen Spannungen von vielen Kilovolt erreicht (Abb. 37).

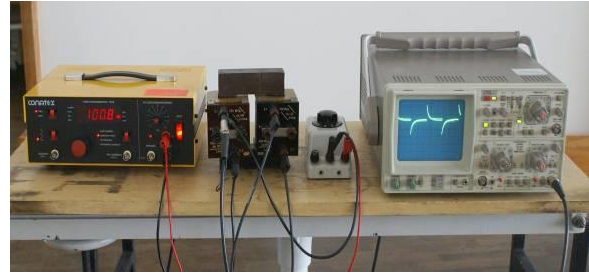


**Abb. 37:** Funkeninduktor: Es sind Schwingungen mit sehr hoher Spannung möglich.

## 14. Wirbelströme und Lenz'sche Regel

### 14.1. Strom infolge einer Induktionsspannung

Der Induktionsversuch zeigte, dass in einer Leiterschleife wegen der Induktionsspannung ein kleiner Strom  $I$  fließt, denn sonst hätten wir die Spannung  $U$  nicht messen können. Um den Einfluss großer Ströme zu zeigen, bringen wir um den geschlossenen Eisenkern eine weitere Spule, die wir gegebenenfalls kurzschließen werden. Wir beobachten den Strom  $I$  und die Spannung  $U$  beim Ein- und Ausschalten eines Kondensators, genauer das Zeitverhalten beider. Die nicht kurzgeschlossene Spule wirkt sich nicht aus. Wir sehen dasselbe Ergebnis wie im Versuch zur Kondensatorentladung (Abb. 38).

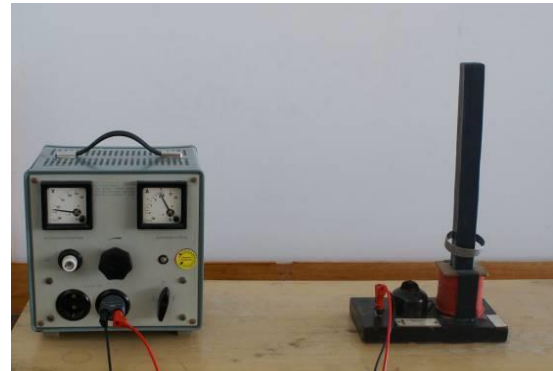


**Abb. 38:** Experimentieranordnung für die induzierten Wirbelströme

Bei kurzgeschlossener Spule wird der Spannungsstoß beim Einschalten und beim Ausschalten erheblich kleiner. Das bedeutet wesentlich kleineren magnetischen Fluss oder wesentlich kleinere Induktivität der Spule, weil der Strom der kurzgeschlossenen Spule ein Gegenfeld erzeugt. Der Effekt wird noch deutlicher, wenn man durch eine von zwei auf einen Körper gewickelten Spulen den Strom fließen lässt und die zweite kurzschließt. Dass der Fluss kleiner wird, kann man auch mit dem GMR-Sensor (Kap. 12.2) oder aus dem Spannungsstoß einer dritten Spule sehen.

Fazit: Ein durch Induktion erzeugter Strom erzeugt ein Gegenfeld und vermindert Spannungsstoß und magnetischen Fluss.

### 14.2. Lenz'sche Regel



**Abb. 39:** Lenz'sche Regel: Ein Aluminiumring wird aus dem Feld einer Spule geworfen

An eine Spule wird Wechselspannung gelegt. Der Eisenkern bündelt den Fluss. Um den Fluss liegt ein Metallring als eine kurzgeschlossene Leiterschleife. Er wird von der Spule abgestoßen, solange der Wechselstrom anliegt (Abb. 39).

Wechselstrom bewirkt, dass sich der magnetische Fluss immer ändert. Es wird im Metallring immer Spannung induziert, zu der proportional immer ein Strom fließt. Dieser Strom erzeugt ein  $H$ -Feld, was immer dem Feld der Spule entgegen gerichtet ist und folglich immer Abstoßung bewirkt. Dem  $H$ -Feld ist natürlich ein  $B$ -Feld proportional, was somit der Änderung des Flusses durch die Spule, an der Wechselspannung liegt, entgegenwirkt. Trotz der Nulldurchgänge der sinusförmigen Feldstärken (Netzfrequenz) schwebt der Ring aufgrund seiner mechanischen Trägheit.

### 14.3. Meissner-Ochsenfeld-Effekt

Die Wirkung der Wirbelströme kann man auf den Punkt bringen, wenn man einen Supraleiter im Magnetfeld in den supraleitenden Bereich, also bis unter die jeweilige Sprungtemperatur einkühlt (Abb. 40). Offenbar wird ein äußeres magnetisches Feld nicht beeinflusst, wenn im Flussbereich ein Gebiet supraleitend wird. Wenn man aber den Supraleiter nun aus dem Feld entfernen will, spürt man eine Kraft, und wenn man ihn in den Bereich des Feldes, wo er ursprünglich lag, zurückbringt, so stellt er sich genau an eine Stelle, wo das Feld dem gleich ist, wo er sich ursprünglich befand.

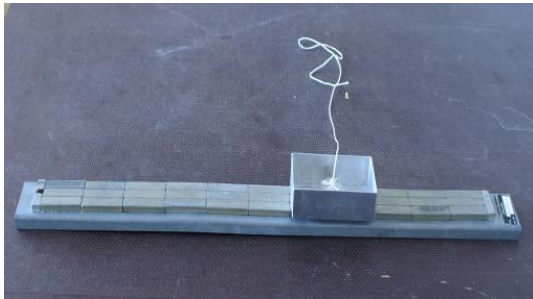


Abb. 40: Supraleiter auf einer Magnetschiene

Im Supraleiter ist nämlich Feldänderung nicht möglich, weil einer Flussänderung eine Induktionsspannung entspricht. Infolge des Widerstandes null kann sich aber auf keiner Wegstrecke eine Spannung einstellen. Es können sich aber in beliebiger Richtung Ströme bilden, die das ursprüngliche Feld erhalten; d. h., hier ist die vom Lenz'schen Gesetz gegebene Schwächung der Feldänderung durch Wirbelströme so groß, dass gar keine Feldänderung und mithin auch keine Induktion auftritt. Diese Ströme werden wegen des Widerstandes null natürlich nicht gedämpft.

Fazit: Es wird keine Induktion im Supraleiter wegen der nicht möglichen Spannung beobachtet. Stattdessen entstehen Wirbelströme.

### 15. Maxwell-Gleichungen in Differential- und Integralform

Zu jeder der folgenden Gleichungen sind entsprechende Demonstrationsexperimente beschrieben worden.

Maxwell-Gleichungen:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \Leftrightarrow Q = \iiint_V \rho(\vec{r}) dV = \iint_{dV} \vec{D} d\vec{A} \quad \{25\}$$

Die Quellen des elektrischen Feldes sind die Ladungen.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \iint_{dV} \vec{B} d\vec{A} = 0, \phi_m = \iint_A \vec{B} d\vec{A} \quad \{26\}$$

Es gibt keine magnetischen Monopole.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \Leftrightarrow U_{\text{ind}} = -\dot{\phi}_m = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} d\vec{A} = -\oint_C \vec{E} d\vec{r} \\ \Leftrightarrow \int U dt = -\iint_A \vec{B} d\vec{A} \quad \{27\} \text{ Induktionsgesetz}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} - \vec{j} = \vec{D} \Leftrightarrow \oint_C \vec{H} d\vec{r} - \iint_A \vec{j} d\vec{A} = \frac{d}{dt} \iint_A \vec{D} d\vec{A} \\ \{28\} \text{ Durchflutungsgesetz}$$

Materialgleichungen:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \{29\}$$

und

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \{30\}$$

Im Vakuum ( $\rho = 0 \wedge \vec{j} = 0$ , keine Ladungen, keine Ströme) wird die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen durch quellenfreie Feldvektoren ( $\operatorname{div} \vec{E} = 0 \wedge \operatorname{div} \vec{B} = 0$ ) beschrieben. Wir wenden auf die Differentialform der ersten Gleichung {27} den Nabla-Operator in Form der Rotation noch einmal an, setzen in die Differentialform der zweiten Gleichung {27} die Materialgleichungen ein und differenzieren diese nach der Zeit. Es ergibt sich sowohl für  $\vec{E}$  als auch für  $\vec{B}$  eine Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} \quad \{31\}$$

und

$$\frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} \quad \{32\}$$

mit

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r} \quad \{33\}$$

Elektrisches und auch magnetisches Feld sollten Welleneigenschaften aufweisen (Abb. 41).

### 16. Elektromagnetische Wellen

Lassen wir in einem Stab einen hochfrequenten Wechselstrom mit einer zugehörigen Wechselspannung fließen, dann haben wir im umgebenden Raum einen Verschiebungsstrom, der durch die sich ändernde Spannung ermöglicht wird. Den Strom umgibt ein magnetisches Wechselfeld, das sich im Raum ausbreitet und an anderer Stelle eine Spannung induziert, zu der wieder ein Verschiebungsstrom mit magnetischem Feld gehört. So kann durch Wechselstrom und Wechselspannung an irgendeiner Stelle woanders Wechselstrom und Wechselspannung entstehen. Das macht Wellenausbreitung möglich (Abb. 41).





**Abb. 41:** Experimente zum Dipoloszillator

In dem so entstandenen Wellenfeld können der Strom  $I$  mit einem beweglichen Dipol, der Lämpchen speist, und die Spannung  $U$  mit dem leuchtenden Gas einer Leuchtstoffröhre gezeigt werden.

Fazit: Wellenausbreitung ist möglich.

### 17. Dielektrikum und Leiterschleife

Ein Dielektrikum bringt einen anderen Proportionalitätsfaktor zwischen elektrischem Feld  $E$  und Verschiebungsfeld  $D$ . Das wird durch eine dimensionslose Materialkonstante  $\epsilon_r$  ausgedrückt ( $\epsilon_0$  ist nicht dimensionslos!). Hierbei handelt es sich um eine allgemeine Materialeigenschaft nichtisotroper Dielektrika. Untersuchungen im Dielektrikum mit Experimenten, die die Felder definierten, sind nur als Gedankenexperiment möglich. Experimentierbar ist statt dessen, was auf den das Feld erzeugenden Kondensatorplatten messbar ist, nämlich Spannung  $U$  und Stromstöße, wenn nicht die Geometrie, sondern nur das Material im Kondensator geändert wird. Hält man die Ladung  $Q$  konstant, dann ist wegen der Definition des elektrischen Flusses auch  $D$  konstant. Da die Spannung  $U$  absinkt, muss ebenfalls aus Definitionsgründen das elektrische Feld  $E$  kleiner geworden sein. Bringt man bei konstanter Spannung  $U$ , dann ist das elektrische Feld  $E$  konstant, ein Dielektrikum in den Kondensator, dann fließt ein Stromstoß in ihn, d. h. es wird  $Q$  und damit  $D$  größer. Die Größe  $\epsilon_r$  ist also immer  $>1$ . Im Dielektrikum

werden bei angelegtem Feld positive und negative Ladungen überall feldproportional gegeneinander verschoben, was die Ladungsverteilung außer in einem schmalen Randgebiet an den Elektroden nicht ändert. Im Randgebiet werden die verschobenen Ladungen durch auf den Platten befindliche Ladungen kompensiert. Auf eine als Gedankenexperiment im Dielektrikum angebrachte Probekugel wirkt nur die kleinere Kraft der nicht kompensierten Ladungen auf der Kondensatorplatte, wenn die Ladung auf der Platte nicht geändert wird. Messen wir als Gedankenexperiment das Verschiebungsfeld wie vorn angegeben, dann werden zwischen den Platten Ladungen verschoben und als Stromstoß gemessen, wenn wir vom feldfreien Zustand in den des anliegenden Feldes mit den im Dielektrikum gegeneinander verschobenen Ladungen kommen. Dabei werden dann aber auch die Ladungen gemessen, die wegen der gegenseitigen Verschiebung

im Dielektrikum an den Kondensatorplatten kompensiert werden. Die Kompensation läuft an Messplatten und an felderzeugenden Platten gleich, so dass sich das gemessene Verschiebungsfeld nicht ändert, wenn keine Ladungen auf die felderzeugenden Platten fließen. Liegt der Kondensator an einer Spannungsquelle, dann fließen Ladungen auf die felderzeugenden Platten, bis der ursprüngliche Wert der elektrischen Feldstärke erreicht ist, und die vergrößerte Ladungsmenge wird als größeres Verschiebungsfeld gemessen. Wenn man den Sachverhalt mit einem Polarisationsfeld beschreiben will, sollte man beachten, dass bei freiliegendem Kondensator ein elektrisches Polarisationsfeld gemessen in  $V/m$  entgegen der Feldrichtung wirkt, was die Kompensation von Ladungen beschreibt und das elektrische Feld schwächt und dass bei einem an eine Spannungsquelle angeschlossenen Kondensator ein Verschiebungspolarisationsfeld, gemessen in  $As/m^2$ , in Feldrichtung wirkt, das den Zuwachs von Ladungen wegen ihrer Kompensation beschreibt und das Verschiebungsfeld verstärkt.

### 18. Herleitung der Lorentzkraft aus dem Induktionsgesetz

#### 18.1. Induktion bei bewegter Leiterschleife

Die zeitliche Änderung eines magnetischen Flusses führt zur Erzeugung einer Spannung.

$$U = \Delta\varphi = \oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\phi_m = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} d\vec{A} = -\dot{\phi}_m$$

Das Minuszeichen in der Gleichung {34} berücksichtigt die Lenz'sche Regel.

$\vec{E}$ : elektrische Feldstärke im mit der Schleife mitbewegten Bezugssystemen

Das Flächenelement, welches durch die Verschiebung entsteht ist durch ein Vektorprodukt darstellbar:

$$d\vec{A} = d\vec{R} \times d\vec{r} \quad \{35\}$$

Für eine beliebig bewegte Leiterschleife mit variabler Form sind alle Komponenten des magnetischen Flusses zeitabhängig.

$$\frac{d}{dt} \iint \vec{B} d\vec{A} = \iint \dot{\vec{B}} d\vec{A} + \frac{d\vec{R}}{dt} \iint d\vec{A} \vec{B} \quad \{36\}$$

Eine detaillierte Betrachtung des zweiten Terms der letzten Gleichung liefert:

$$d_R \iint d\vec{A} \vec{B} = \oint d\vec{R} \times d\vec{r} \vec{B} \quad \{37\}$$

$$\left| \frac{d\vec{R}}{dt} \right| = \vec{v} \quad \{38\}$$

$v$  ist die Geschwindigkeit, mit der die Leiterschleife bzw. ein Teil davon bewegt wird. Setzt man die erhaltenen Zwischenergebnisse konsequent in das Induktionsgesetz ein, erhält man die folgende Gleichung, die die induzierte Spannung mit dem Fluss des magnetischen Feldes verknüpft:

$$\begin{aligned}
 U &= -\dot{\phi}_m = -\iint_{\text{fest}} d\vec{A} \dot{\vec{B}} + \oint d\vec{r} \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\
 &= \oint d\vec{r} \vec{E} + \oint d\vec{r} \cdot \vec{v} \times \vec{B}
 \end{aligned}
 \quad \{39\}$$

$$\vec{F} = q \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

Induktionseffekte sind demzufolge zurückföhrbar auf Kräfte auf bewegte Leiter im Magnetfeld. Die Lorentzkraft ist im Gegensatz zur Kraft des elektrischen Feldes herleitbar, demzufolge nicht konservativ und hat auch kein Potential.

### 18.2. Feste Leiterschleife

Hin- und Herschieben der felderzeugenden Spule:

Nicht das  $\vec{B}$ -Feld schlechthin, sondern die zeitliche Änderung der magnetischen Feldlinienanzahl (Feldfluss) ist für  $U_{\text{ind}}$  verantwortlich.

$$\oint \vec{E} d\vec{r} + \iint_A \dot{\vec{B}} d\vec{A} = 0 \quad \{40\}$$

Mit dem Stokes'schen Integralsatz folgt daraus sofort das bekannte Induktionsgesetz in differenzieller Form:

$$\text{rot} \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad \{41\}$$

Das entspricht dem ersten Term der vorangegangenen Ableitung für die bewegte Schleife (vgl. Kap. 18.1).

Anmerkung: In Integralgestalt beinhalten die Maxwell-Gleichungen allgemeinere Informationen.

### 19. Zusammenfassung

Die Influenz ist der „Gegenspieler“ der Induktion. Eine experimentell geschlossene Darstellung der Elektrodynamik ist möglich, wenn man die Betrachtung bei den Flussdichten beginnt. Sinnvoll ist die Ausnutzung von Analogien zwischen Strom- und Spannungsstoß. Feldstärken und Flussdichten müssen konsequent getrennt werden. Eine breite Versuchsreihe zeigt, dass alle Phänomene der Elektrodynamik experimentell zugänglich sind. Zweifellos ist die Elektrodynamik damit nicht erschöpfend behandelt. Es wurde ein neuer didaktischer Zugang geschaffen. Zur Einführung der vier Feldgrößen, die in der Literatur verwendet werden, braucht man keine Materialgrößen, wie z. B. Polarisation, Magnetisierung und Suszeptibilität. Der Verschiebungsstrom in einem Kondensator ist als echter Strom nachweisbar.

### Danksagung

Unser herzlichster Dank gilt insbesondere den Herren Prof. Dr. Frank Richter und Prof. em. Dr. Walter Hoyer aus dem Bereich Experimentalphysik sowie Dr. Eckart Fromm, Dr. Steffen Seeger und PD Dr. Hans-Reinhard Berger aus der Theoretischen Physik für die vielen inhaltlichen Diskussionen und Hinweise hinsichtlich der Gestaltung.

Außerhalb der TU Chemnitz möchten wir uns bei Prof. Dr. Ilja Rückmann und Christoph Windzio von der Universität Bremen für die Hilfe bei der redaktionellen Fertigstellung des Manuskriptes bedanken.